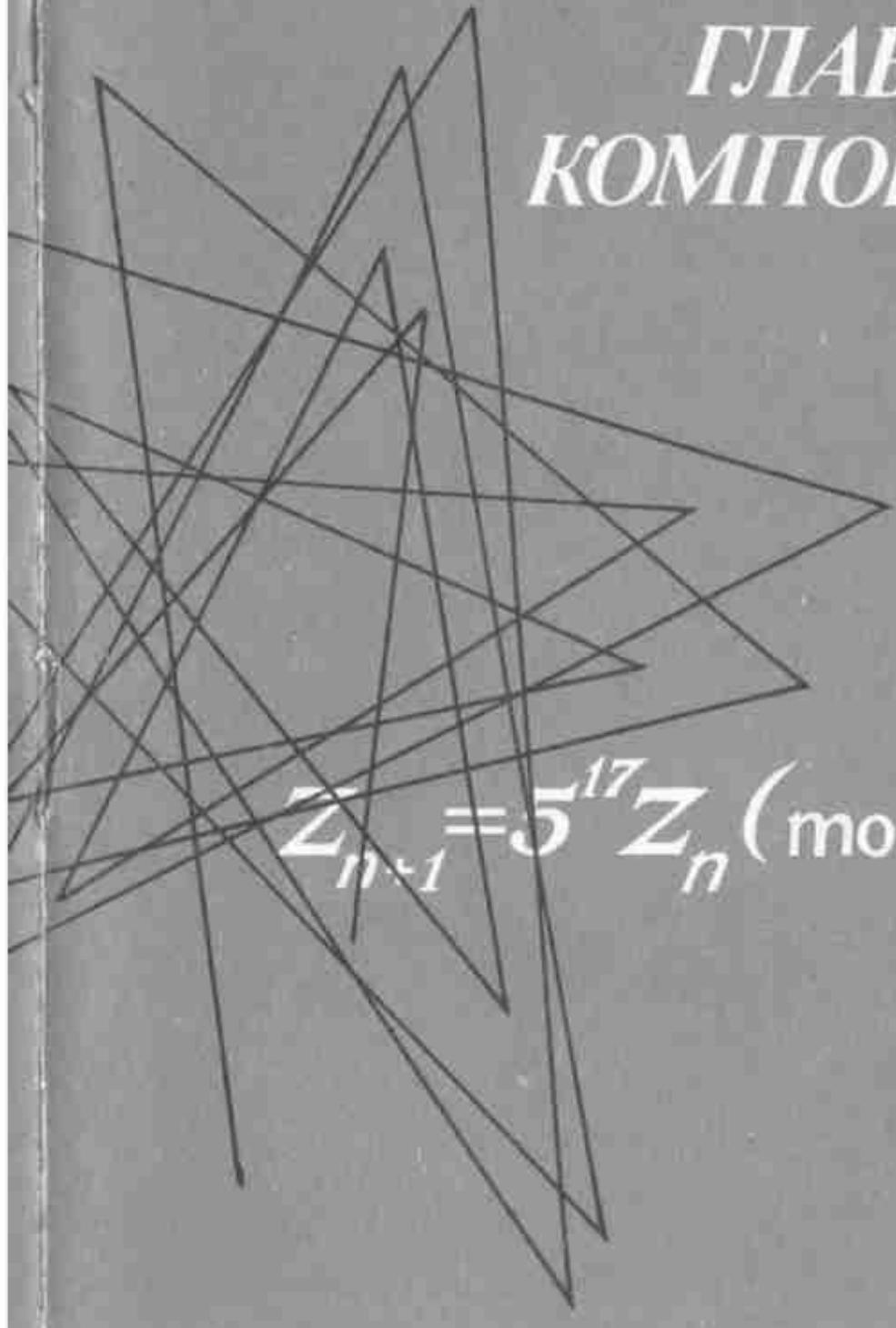


В. М. ЕФИМОВ Ю. К. ГАЛАКТИОНОВ  
Н. Ф. ШУШПАНОВА

---

*АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ  
МЕТОДОМ  
ГЛАВНЫХ  
КОМПОНЕНТ*


$$Z_{n+1} = 5^{17} Z_n \pmod{2^{40}}$$

Увы, только замеченные опечатки и ошибки	
Напечатано	Следует читать
Стр. 30, строка 5 сверху рис. 8-10, 12 и 13, б	рис. 8, 10, 12
Стр. 30, строка 5 снизу (см. рис. 8)	(см. рис. 8а)
Стр. 32, строка 5 снизу (рис. 11, 13, б)	(рис. 11, 13)
Стр. 35, строки 2 сверху бы около 7%	бы около 70%
Стр. 35, строки 8 сверху переходом	периодом
Стр. 36, строка 2 снизу (см. рис. 8-13)	(см. рис. 8, 10, 12)
Стр. 37, строка 7 снизу рис. 8-13	рис. 8, 10, 12
Стр. 47, строка 9 сверху (рис. 14)	(рис. 14а)
Стр. 47, строка 22 сверху (рис. 14)	(рис. 14а)
Стр. 49, строка 5 снизу (рис. 16, 17, в и 18, г)	(рис. 16, 17, б, г)
Стр. 55, строка 5 сверху (см. рис. 18, г)	(см. рис. 17, г)
Если, несмотря на все это безобразие, Вас все же заинтересует содержание этой работы, то заявки на нужное количество экземпляров присылайте по адресу	
Ефимову В.М. Новосибирская обл. п. Краснообск, а/я 387 630501	
или	
vmeftov@ngs.ru	
Она будет выслана напоженным платежом	

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
БИОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ВСЕСОЮЗНАЯ ОРДЕНА ЛЕНИНА  
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АКАДЕМИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ НАУК  
ИМЕНИ В. И. ЛЕНИНА  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
СИБИРСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
ЗЕМЛЕДЕЛИЯ И ХИМИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

В. М. ЕФИМОВ Ю. К. ГАЛАКТИОНОВ  
Н. Ф. ШУШПАНОВА

АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ  
МЕТОДОМ  
ГЛАВНЫХ  
КОМПОНЕНТ

Ответственный редактор  
доктор биологических наук Ю. С. Ракин



НОВОСИБИРСК  
«ИАУК»  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
1988

УДК 57:519+63:519.2+63:551.5:519

Анализ и прогноз временных рядов методом главных компонент / Ефимов В. М., Гагастионов Ю. К., Шушаплиев Н. Ф.— Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988.— 71 с.

ISBN 5-02-025901-9.

В книге излагаются алгоритмы построения многомерных представлений совокупности временных рядов и отдельного временного ряда, а также обработка этих представлений методом главных компонент и дискриминантного анализа. Частными случаями этих представлений являются линейно исследуемые в последние времена трехмерные траектории динамических систем. Несколько строятся фазовые портреты для многомерного случая и раскрываются взаимосвязи со спектральным анализом. Применение метода демонстрируется на временных рядах различной природы: асептической, последовательности цифр числа  $\pi$ , заготовках инкубаторов известных (водник, белка, горох) и т. д.) в урбанизации яровой пшеницы.

Книга предназначена для специалистов в области статистического анализа и интерпретации биологических, геохимических и гидрохимических данных.

Табл. 9. Ил. 19. Библиогр.: 124 назв.

#### Р е ц и з и о н

доктор технических наук И. Г. Засорин  
кандидат физико-математических наук В. Н. Рыбко  
кандидат сельскохозяйственных наук А. Н. Юсаков

Утверждено к печати  
Биологическим институтом СО АН ССР

Е 150200000—839  
042(02)—88 Заглавие  
ISBN 5-02-025901-9

© Сибирский научно-исследовательский институт механизации и химизации сельского хозяйства СО ВАСХНИЛ,  
1988

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Хорошо известно, что в зависимости от класса рассматриваемых явлений меняется и возможность их прогноза. Движения планет, например, предсказуемы на много лет вперед. В метеорологии положение существенно иное: невозможно даже сказать, будет ли следующее лето засушливым или влажным. По мнению В. В. Налимова, не менее ограничены и возможности экологического прогноза. Высказывается точка зрения, по которой вероятностный прогноз, основанный на прошлом, объявляется «авгурским», не имеющим смысла [1]. Разумеется, движения планет с очень большой точностью описываются законами динамики и всемирного тяготения. Число взаимодействующих элементов мало и главный фактор — притяжение Солнца — намного сильнее всех остальных. Внешние факторы практически отсутствуют. В метеорологических явлениях можно только догадываться, существуют ли вообще достаточно детерминированные закономерности, которые хотя бы в будущем с приемлемой точностью позволяют предсказывать на годы вперед перемещения воздушных масс, переносящих тепло и влагу [2]. Динамика численности различных организмов, имеющих важное значение для народного хозяйства, хотя и в большей степени определяется внутренними закономерностями [3, 4], также подвержена влиянию достаточно большого числа внешних факторов [5—7].

Очевидно, что наилучший прогноз возможен лишь тогда, когда известны все причинно-следственные связи, относящиеся к рассматриваемому явлению. Так же очевидно, что неполное знание этих связей, вплоть до его отсутствия, не освобождает нас от необходимости удовлетворять все возрастающие потребности практики в прогнозах, возмущая недостаток информации о причинно-следственных механизмах различными при-

емами и методами статистического анализа, формализованными процедурами экспертных оценок, с использованием или без использования ЭВМ, или просто интуицией исследователя. Тем более, что изучение временных рядов всеми этими способами в какой-то мере позволяет приблизиться и к пониманию их внутренней природы и формулировке подлежащих проверке гипотез.

Среди статистических методов изучения временных рядов (авторегрессия, разложение в ряд Фурье, спектральный анализ и т. д.) [8—16] в последнее время все большую популярность приобретает метод главных компонент (разложение Карунена — Лоэва, разложение на естественные ортогональные составляющие или функции и т. д.) [10, 17—23]. Однако нам кажется, что возможности этого метода еще только начинают осознаваться и что он позволяет получить информацию, которую трудно извлечь другими способами. В частности, сравнение с таким классическим методом обработки, как спектральный анализ, позволило установить их глубокое внутреннее сходство и в то же время выявить как неиспользуемые возможности спектрального анализа, так и некоторые преимущества метода главных компонент. Привлекает внимание и универсальность этого метода, заключающаяся в том, что фактически одними и теми же приемами решаются задачи анализа, прогноза и классификации (районирования) временных рядов. Что касается достоверности получаемых результатов, то здесь еще существуют нерешенные проблемы.

Выбор в качестве объектов применения метода главных компонент динамики заготовок шкурок животных и рядов по урожайности зерновых культур объясняется профессиональными интересами авторов и запросами практики. Известно, что экология водяной полевки, динамике численности которой удалено особое внимание, так же как и урожайность зерновых культур, тесно связана с условиями увлажнения территории [7, 24—28]. В свою очередь считается, что колебания численности колонка и горностая, которые также анализировались, определяются колебаниями численности водяной полевки [24, 26, 28, 29]. Само собой разумеется, что методом главных компонент можно обрабатывать и другие временные ряды.

В данной работе не рассмотрен вопрос о применении вычислительной техники и разработке математического обеспечения для проведения всех необходимых расчетов. По нашему мнению, обработка обязательно должна опираться на какой-либо из статистических пакетов прикладных программ. В частности, вся обработка, использованная в настоящей работе, выполнена на пакете прикладных программ по многомерной статистике, разработанном в лаборатории прогнозов СибПИИЗХим СО ВАСХНИЛ. Пакет имеет максимально приближенный к естественному специальному входной язык и реализован на БЭСМ-6 [30, 31]. Кроме того, аналогичный пакет с этим же входным языком реализован на мини-ЭВМ «Электроника-60» и СМ-4 [32].

## 4. ОБРАБОТКА ВРЕМЕННЫХ ГЯДОВ

### 4.1. МЕТОД ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ

Пусть имеется матрица  $X$ , содержащая  $n$  строк (объектов) и  $m$  столбцов (признаков). Обозначим через  $X'$  транспонированную матрицу и положим  $R = X'X$ . Пусть  $\varphi$  — матрица собственных векторов матрицы  $R$ ;  $\Lambda$  — диагональная матрица ее собственных значений и  $I$  — единичная матрица. Пусть  $U = X\varphi$ . Тогда [33, 34]:

$$U'U = \varphi'X'X\varphi = \varphi'R\varphi = \Lambda,$$
$$\varphi'\varphi = \varphi\varphi' = I.$$

Матрица  $U$  имеет те же размеры, что и  $X$ , однако ее столбцы не коррелируют между собой. Дисперсии  $\lambda_j$  столбцов матрицы  $U$  являются собственными значениями матрицы  $R$  и диагональными элементами матрицы  $\Lambda$ . Сами столбцы являются линейными комбинациями столбцов матрицы  $X$  с суммой квадратов коэффици-

ентов, равной единице, и называются главными компонентами. Каждая компонента имеет дисперсию, максимально возможную из всех комбинаций, ортогональных предыдущим компонентам. Обработка матрицы  $X$  методом главных компонент заключается в вычислении матриц  $U$ ,  $\varphi$  и  $\Lambda$ . Программы вычисления собственных векторов и собственных значений имеются в стандартном математическом обеспечении современных ЭВМ [35].

Матрица  $R$  называется матрицей вторых или смешанных моментов. Если столбцы матрицы  $X$  центрированы ( $\sum_i x_{ij}/n = 0$ ), то матрица называется ковариационной, а если и нормированы ( $\sum_i x_{ij}^2/n = 1$ ), то корреляционной. Как правило, методу главных компонент предшествует центрирование и нормирование матрицы  $X$ .

Если поменять объекты и признаки местами, то получим транспонированную матрицу  $X'$ . Ее также можно обрабатывать методом главных компонент. Пусть  $\tilde{U}$ ,  $\tilde{\varphi}$  и  $\tilde{\Lambda}$  — матрицы, полученные в результате такой обработки, и  $r = \min(n, m)$ . Тогда:

- ненулевые собственные значения матриц  $\Lambda$  и  $\tilde{\Lambda}$  равны и их не более  $r$ ;
- первые  $r$  столбцов нормированной матрицы  $U$  совпадают с первыми  $r$  столбцами матрицы  $\tilde{\varphi}$ ;
- первые  $r$  столбцов нормированной матрицы  $\tilde{U}$  совпадают с первыми  $r$  столбцами матрицы  $\varphi$ .

Удобнее обрабатывать матрицу, у которой число столбцов меньше, чем число строк.

## 1.2. ОБРАБОТКА ОДНОГО ВРЕМЕННОГО РИДА

Пусть имеется последовательность  $y_T, y_{T-1}, \dots, y_1$  наблюдений некоторого показателя  $y$  в равноотстоящие моменты времени  $T, T-1, \dots, 1$ . Выберем в качестве многомерной характеристики состояния процесса в момент времени  $t$  ( $T \geq t > K$ ) вектор  $(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-K})$ , именуемый предысторией процесса за время  $K$ .

Параметр  $K$  называется лагом (запаздыванием). Сведем полученные векторы в матрицу, имеющую

$T - K$  строк (объектов) и  $K + 1$  столбец (признак):

	0	1	2	...	$K$
$K + 1$	$y_{K+1}$	$y_K$	$y_{K-1}$	...	$y_1$
$K + 2$	$y_{K+2}$	$y_{K+1}$	$y_K$	...	$y_2$
$\dots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$T - 1$	$y_{T-1}$	$y_{T-2}$	$y_{T-3}$	...	$y_{T-K-1}$
$T$	$y_T$	$y_{T-1}$	$y_{T-2}$	...	$y_{T-K}$

Обработка полученной матрицы методом главных компонент (1.1) приводит к появлению новой матрицы тех же размеров. Новые признаки (компоненты) являются линейными комбинациями старых

$$u_{ij} = \sum_{l=0}^K \alpha_{lj} y_{t-l}, \quad \sum_{l=0}^K \alpha_{lj}^2 = 1, \quad j = 0, \dots, K; \\ t = T, \dots, K + 1$$

и не коррелируют между собой. Первая компонента имеет максимально возможную ( $\lambda_0$  или  $\lambda_1$ ) из всех линейных комбинаций дисперсию, вторая — максимально возможную ( $\lambda_1$  или  $\lambda_{II}$ ) из всех линейных комбинаций, ортогональных первой, и т. д.

Собственные числа  $\lambda_j$  автокорреляционной матрицы (дисперсии компонент) обычно используются как показатели веса этой компоненты в исследуемом процессе [10, 17, 20]. Как нам кажется, для временных рядов этот вариант нельзя считать окончательным, и ниже мы изложим соответствующие соображения (1.6).

В терминах линейной фильтрации эта же процедура выглядит следующим образом. Исходный ряд раскладывается на ортогональные составляющие, полученные пропусканием ряда через набор из  $K + 1$  линейного фильтра, в качестве которых выбираются собственные векторы ( $\alpha_{0j}, \dots, \alpha_{Kj}$ ) автоковариационной матрицы рассматриваемого ряда.

Так как получаемые компоненты в свою очередь являются новыми временными рядами, то их поведение можно исследовать как аналитически, например, методами спектрального или дискриминантного анализа или тех же главных компонент, так и графически в зависимости от времени или любой другой компоненты [36—42], получая фазовые портреты. В последнем случае каждый год представляется точкой на плоскости,

образованной соответствующей парой компонент, и годы соединяются последовательно.

В исследованиях по динамике численности животных фазовые портреты впервые применил Моран [4, 43]. На плоскости для каждого момента времени  $t$  откладывалась точка  $(y_t, y_{t-1})$  и точки соединялись последовательно. Более сложный случай рассмотрен в работе [44]. С помощью компьютерной графики исследовалась траектория  $(y_t, y_{t-1}, y_{t-2})$  в трехмерном пространстве, где  $t$  выбиралось таким образом, чтобы выйти за пределы значимой корреляции между  $y_t$  и  $y_{t-1}$ . Многомерная траектория  $(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-k})$  динамики численности и ее представление в виде фазового портрета с помощью метода главных компонент впервые рассмотрены нами в работах [36—42].

Фазовые траектории несут достаточно богатую информацию как о внутренней структуре процесса и его параметрах, так и искажениях этого процесса другими факторами, случайными или, в свою очередь, обладающими некоторой регулярной структурой. Кроме того, как покажем ниже (1.4), фазовыми портретами можно дополнять и такие классические средства исследования временных рядов, как линейная фильтрация и спектральный анализ.

### 1.3. СОПРЯЖЕННОСТЬ КОМПОНЕНТ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Несмотря на ортогональность, не все компоненты являются независимыми и, сдвигая компоненты друг относительно друга, можно получить весьма высокие коэффициенты корреляции. Будем называть такие компоненты и соответствующие им собственные векторы (фильтры) сопряженными. Как правило, именно в пространстве сопряженных компонент наблюдаются наиболее гладкие и закономерные траектории, доставляющие информацию о внутренней структуре процессов, порождающих данный ряд, вплоть до возможности иногда составить систему дифференциальных уравнений [36, 37].

Так, при обработке гелиоцентрических долгот каждой из планет Солнечной системы, взятых из работы [45], практически вся дисперсия оказывается сосредо-

точечной в первых двух компонентах; траектория в этих компонентах представляет собой окружность, а сами компоненты, естественно, являются сопряженными вследствие ортогональности и функциональной зависимости синуса и косинуса одной частоты. Если же просуммировать ряды, относящиеся к разным планетам, и обработать главными компонентами, то существенно ненулевых компонент оказывается ровно вдвое больше, чем планет. Следовательно, каждой паре сопряженных компонент соответствует одна порождающая их причина. В общем случае такая группа также наиболее часто состоит из двух компонент, однако их число может и варьировать.

#### 4.4. ОБЩНОСТЬ ОБРАБОТКИ ВРЕМЕННОГО РЯДА МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ, СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА И ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Пусть  $y_t, y_{t-1}, \dots, y_1$  — временной ряд, центрированный своим средним значением и

$$r(l) = \frac{1}{T-l} \sum_{t=l+1}^T y_t y_{t-l}$$

— выборочная оценка автоковариации порядка  $l$ . Как известно, сглаженная спектральная плотность  $f_K(\omega)$  оценивается по формуле [46]:

$$\widehat{f}_K(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{l=-K}^K r(l) W(l) \cos \omega l,$$

где  $W(l)$  — некоторая весовая функция, определенная на интервале  $[-K, K]$ ,  $K \leq T$  и равная нулю вне этого интервала. Если исходный ряд имеет циклическую составляющую с частотой  $\omega$ , то спектральная функция будет иметь на этой частоте локальный максимум. Обратный вывод не всегда является обоснованным и служит источником многих затруднений.

Из теории известно, что разложение на главные компоненты (1.2) при возрастании  $T$  и  $K$  сходится к разложению в ряд Фурье, а собственные векторы стремятся к отрезкам синусоид [47]. Вследствие ортогональности синуса и косинуса каждой частоте отвечают две сопряженные компоненты.

Выберем теперь для конечного ряда сопряженные отрезки синусоиды в качестве фильтров и вычислим сумму дисперсий сопряженных рядов. Получим:

$$\begin{aligned}
 u_t &= \frac{1}{A} \sum_{i=0}^K y_{t-i} \cos \omega i; \quad v_t = \frac{1}{A} \sum_{i=0}^K y_{t-i} \sin \omega i; \\
 t &= K+1, \dots, T; \\
 d^2(\omega) &= \lambda_u + \lambda_v = \frac{1}{T-K} \sum_{t=K+1}^T (u_t^2 + v_t^2) = \\
 &= \frac{1}{A^2(T-K)} \left( \left( \sum_{i=0}^K y_{t-i} \cos \omega i \right)^2 + \left( \sum_{i=0}^K y_{t-i} \sin \omega i \right)^2 \right) = \\
 &= \frac{1}{A^2(T-K)} \sum_{t=K+1}^T \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K y_{t-i} y_{t-j} (\cos \omega i \cdot \cos \omega j + \\
 &\quad + \sin \omega i \cdot \sin \omega j) = \frac{1}{A^2} \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K \cos \omega(i-j) \times \\
 &\times \left( \frac{1}{T-K} \sum_{t=K+1}^T y_{t-i} y_{t-j} \right) = \frac{K}{A^2} \sum_{l=-K}^K r(l) \left( 1 - \frac{|l|}{K} \right) \cos \omega l = \\
 &= \frac{2\pi K}{A^2} f_K^B(\omega) = \frac{4\pi K}{K+1} f_K^B(\omega),
 \end{aligned}$$

где

$$A^2 = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=0}^K \cos^2 \omega i + \sum_{i=0}^K \sin^2 \omega i \right) = \frac{K+1}{2}$$

— нормировочная константа, а  $f_K^B(\omega)$  — спектральная плотность на частоте  $\omega$ , сглаженная окном Бартлетта  $\left( W(l) = 1 - \frac{|l|}{K} \right)$  [46].

Следовательно, спектральный анализ является частным случаем линейной фильтрации ряда, когда в качестве фильтров берутся отрезки гармоник. Так как в методе главных компонент фильтром может оказаться любой из  $(K+1)$ -мерных векторов единичной длины, а не только отрезок синусоиды, то следует признать, что этот метод несколько богаче по своим возможностям, чем спектральный анализ. Весьма полезным в методе главных компонент является и наглядное

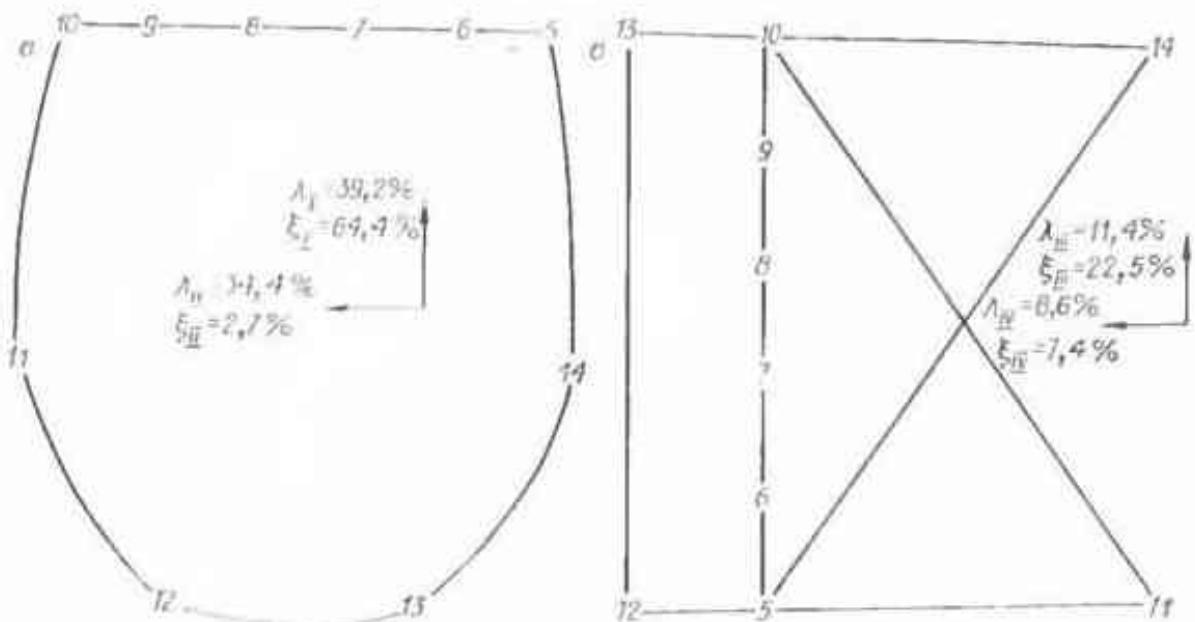


Рис. 1. Траектории искусственного пилообразного ряда в фазовом пространстве главных компонент.

Компоненты: а—I и II, б—III и IV. К = 4. 5—14—номера отсчетов.

представление исходного ряда в виде траектории в фазовом пространстве, однако, как следует из вышеприведенных рассуждений, такое представление возможно и в спектральном анализе для каждой частоты  $\omega$ , если отложить на плоскости точки  $(u_t, v_t)$  и соединить их в порядке возрастания  $t$ .

Для примера рассмотрим разложение искусственного пилообразного ряда [34] вида  $y_t = t - 10 \times \left[ \frac{t}{10} \right] - \bar{y}$ ,  $t = 1, \dots, T$ .

Так как

$$y_t \sim \sin \frac{2\pi t}{10} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi t}{10/2} + \frac{1}{3} \sin \frac{2\pi t}{10/3} \dots,$$

то спектральная плотность имеет локальные максимумы на частотах, соответствующих периодам в 10, 10/2, 10/3... отсчетов. На рис. 1 приведены траектории этого процесса в фазовых пространствах I и II, III и IV компонент. Для сравнения даны отфильтрованные траектории на частотах, соответствующих периодам 10 и 10/3 (рис. 2). Очевидно, что, по крайней мере, для некоторых кратных частот, отвечающих локальным максимумам, с помощью фазовых портретов выявляется «настоящая» 10-точечная периодичность исходного ряда. Эта же периодичность выявляется и методом главных компонент.

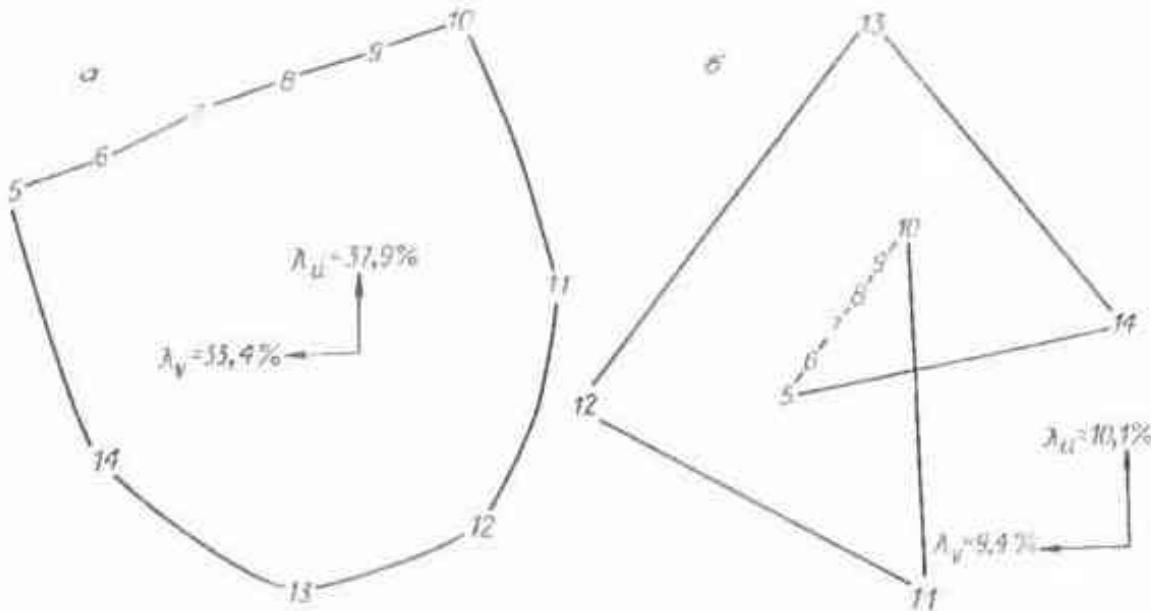


Рис. 2. Траектория искусственного пилообразного ряда в фазовом пространстве сопряженных синусоидальных фильтров.  
а —  $T = 10$ , б —  $T = 10/3$ .  $K = k$ , 5—14 — номера отсчетов.

Так же, как и в методе главных компонент, дисперсии отфильтрованных рядов  $\lambda_u$  и  $\lambda_v$  можно выразить в процентах от общей дисперсии  $\lambda = \sum_{j=0}^K \lambda_j$ . Если исходный ряд был нормирован, то  $\lambda = K + 1$ . Однако надо учитывать, что отфильтрованные ряды  $u_t$  и  $v_t$ , вообще говоря, могут не быть ортогональными друг другу, и в таком случае их истинный вклад в общую дисперсию будет меньше суммы их дисперсий.

#### 4.5. ОБРАБОТКА СОВОКУПНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ. РАЙОНИРОВАНИЕ

Методом главных компонент можно обрабатывать и совокупности взаимосвязанных временных рядов. В этом случае информация также представляется в виде матрицы, в которой объектами являются отсчеты, например годы, а признаками служат исследуемые временные ряды. После обработки полученной матрицы методом главных компонент большая часть информации оказывается сосредоточенной в первых компонентах [17, 21, 23]. Любую из них можно исследовать по изложенной выше схеме.

Так как каждая компонента отражает существующую по какой-либо причине общность временных рядов, постоянную, временную или случайную, и компоненты не коррелируют между собой, то очень часто оказывается осмысленным предположение, что эти причины также независимы. Если совокупность временных рядов представляет собой регистрацию одного показателя, относящегося к различным точкам или районам некоторой территории, то метод главных компонент можно использовать для районирования этой территории по каждой компоненте и, следовательно, по каждой порождающей общность временных рядов причине отдельно [48—50]. Коэффициенты соответствующего собственного вектора отражают относительный вклад каждого района в эту компоненту.

Если обрабатывается транспонированная матрица, то временными рядами являются собственные векторы, а вклады районов отражены в компонентах.

#### 4.6. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

На качественном уровне прогноз временного ряда можно получить, исследуя его фазовые портреты. Если можно визуально уловить какую-либо закономерность и более или менее уверенно продолжить траекторию процесса в фазовом пространстве, то мы тем самым осуществим и качественный прогноз исходного ряда. Этот прием оказывается весьма полезным при решении многих задач. Более формальный путь состоит в следующем.

Разложим ряд на главные компоненты и будем прогнозировать каждую компоненту отдельно, а потом объединим эти прогнозы в единый. Так как  $X\varphi = U$  и столбцы матрицы  $U$  ортогональны друг другу, то

$$\hat{y}_{t+1} = \hat{x}_{t+1,0} = \sum_{j=0}^K \alpha_{j0} \hat{u}_{t+1,j},$$

$$D(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}) \approx \sum_{j=0}^K \alpha_{j0}^2 D(u_{t+1,j} - \hat{u}_{t+1,j}),$$

где  $\hat{u}_{t+1-j}$  — прогноз  $j$ -й компоненты, а  $D(u_{t+1,j} - \hat{u}_{t+1,j})$  — дисперсия этого прогноза. Если в качестве прогноза взять среднее значение компоненты  $\bar{u}_j$ , то, в предположении стационарности компонент,

$$D(u_{t+1,j} - \bar{u}_j) = \sigma_j^2 = \lambda_j, \quad (1)$$

$$D(y_{t+1} - \bar{y}) \approx \sum_{j=0}^K \alpha_{j0}^2 \lambda_j = \sigma_y^2.$$

Из формулы (1) видно, что вклад каждой компоненты в исходный ряд логичнее измерять величиной  $\alpha_{j0}^2 \lambda_j$ . Если компонента прогнозируется абсолютно точно, то на эту величину уменьшается дисперсия прогноза исходного ряда. Исходя из этого, будем называть показатель

$$\xi_j = \frac{\alpha_{j0}^2 \lambda_j}{\sum_j \alpha_{j0}^2 \lambda_j}$$

прогностической ценностью  $j$ -й компоненты для прогноза исходного ряда, или просто ее прогностичностью (1.2). Таким образом, задача сводится к прогнозу каждой компоненты отдельно.

Во многих случаях оказывается, что в такой постановке задача существенно упрощается. Часть компонент ведет себя достаточно гладко и их можно прогнозировать, используя простейшие инерционные схемы, а остальные компоненты, ведущие себя перегулярию, прогнозировать по их среднему значению. Прогноз по среднему значению в прогнозировании является стандартным, с его дисперсией сравнивается дисперсия любой другой схемы прогноза и определяется ее эффективность. Прогнозируемость временного ряда  $y$  для данной схемы прогноза оценивается по формуле

$$\eta = \frac{\sigma_y^2 - D(y - \hat{y})}{\sigma_y^2}.$$

Простейшей инерционной схемой является прогноз по исходному значению временного ряда, т. е.  $\hat{y}_{t+1} = y_t$ .

Вычислив дисперсию такого прогноза, получим

$$D(y_{t+1} - \hat{y}_{t+1}) = D(y_{t+1} - y_t) = 2(1 - r(1))\sigma_y^2,$$

где  $r(1)$  — коэффициент автокорреляции, а  $\sigma_y^2$  — дисперсия ряда. Следовательно, эту схему имеет смысл применять, если  $2(1 - r(1))\sigma_y^2 < \sigma_y^2$  и  $r(1) > 0,5$ .

Можно применять и любые другие схемы прогноза. В этом случае каждую компоненту целесообразно разбивать на две части: обучающую и проверочную. По обучающей части подготавливаются параметры схемы, а на проверочной оценивается дисперсия прогноза. Проверочная часть должна содержать не менее 7—10 значений. Если  $\eta_j$  — прогнозируемость  $j$ -й компоненты по избранной схеме, то прогнозируемость исходного ряда равна  $\eta = \sum_j \xi_j \eta_j$ .

Если какая-либо из компонент плохо прогнозируется, то можно попытаться улучшить прогноз, в свою очередь раскладывая ее на компоненты. В первую очередь эту операцию надо применять к компонентам с высокой прогностичностью.

Если рассматривается совокупность временных рядов, то нет необходимости прогнозировать каждый ряд отдельно. Переходя к главным компонентам и осуществляя прогноз каждой компоненты, можно совершить обратный переход по формуле  $\hat{X} = \hat{U}\phi'$  и получить прогноз каждого ряда.

Так как число существенно ненулевых компонент, как правило, намного меньше общего числа рядов, то объем вычислений заметно сокращается.

Прогнозирование временного ряда возможно и по фазовому портрету с помощью спектрального анализа. Так как  $\cos 0 = 1$ ;  $\sin 0 = 0$ , то в этом случае  $\xi_u = \lambda_u$ ,  $\xi_v = 0$ .

Следовательно, вклад в текущий прогноз исходного ряда дает только косинусоидальная составляющая, а синусоидальная лишь способствует ее прогнозу.

#### 4.7. ДОСТОВЕРНОСТЬ. ДАТЧИКИ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ

Весьма злободневными при обработке методом главных компонент являются вопросы обеспечения статистической достоверности получаемых результатов. Эта

проблема пока не имеет удовлетворительного теоретического решения даже в случае применения метода к обычным матрицам «объект — признак» [34], а при обработке временных рядов — из-за того, что во всех столбцах стоят практически одни и те же числа, ситуация еще более усложняется. Каждый собственный вектор по своей сути является линейным фильтром, а каждый линейный фильтр, как известно, имеет свою частотную характеристику, т. е. подчеркивает одни частоты и гасит другие. Поэтому на выходе фильтров, т. е. в компонентах, неизбежно появление циклических составляющих, обусловленных усилением случайных флуктуаций исходного ряда. Общеизвестным примером такого рода является эффект Слуцкого, т. е. возникновение циклических колебаний в результате применения скользящей средней.

В подобных случаях широко используется метод Монте-Карло [51]. С помощью датчика нормально распределенных псевдослучайных чисел на месте исходного ряда генерируется «белый» (или «розовый», или «красный») шум, который обрабатывается теми же операциями, что и исходный ряд. Эта процедура повторяется многократно, и результаты сравниваются с результатами обработки исходного ряда [15, 39, 52, 53].

Нормально распределенные числа получаются суммированием 12 чисел, равномерно распределенных в интервале  $[0, 1]$ . Датчики равномерно распределенных чисел входят в стандартное математическое обеспечение ЭВМ. Обычно они устроены по одной и той же схеме:  $z_{n+1} = Mz_n \pmod{2^l}$ , где для ЭВМ БЭСМ-6, например,  $l = 40$  и  $M = 5^{17}$ . С помощью таких датчиков успешно решаются многие задачи науки и техники, вплоть до расчета ядерных реакторов.

К сожалению, эти датчики в силу их внутреннего устройства порождают закономерно сцепленные последовательности псевдослучайных чисел, и метод главных компонент вылавливает эту сцепленность. Приведены результаты разложения на главные компоненты нормально распределенного псевдослучайного ряда (рис. 3). Очевидно, что любая одномерная проекция этой траектории выдержит все обычные тесты на нормальность. Очевидно также, что получившаяся траектория настолько закономерна, что было бы совсем не-

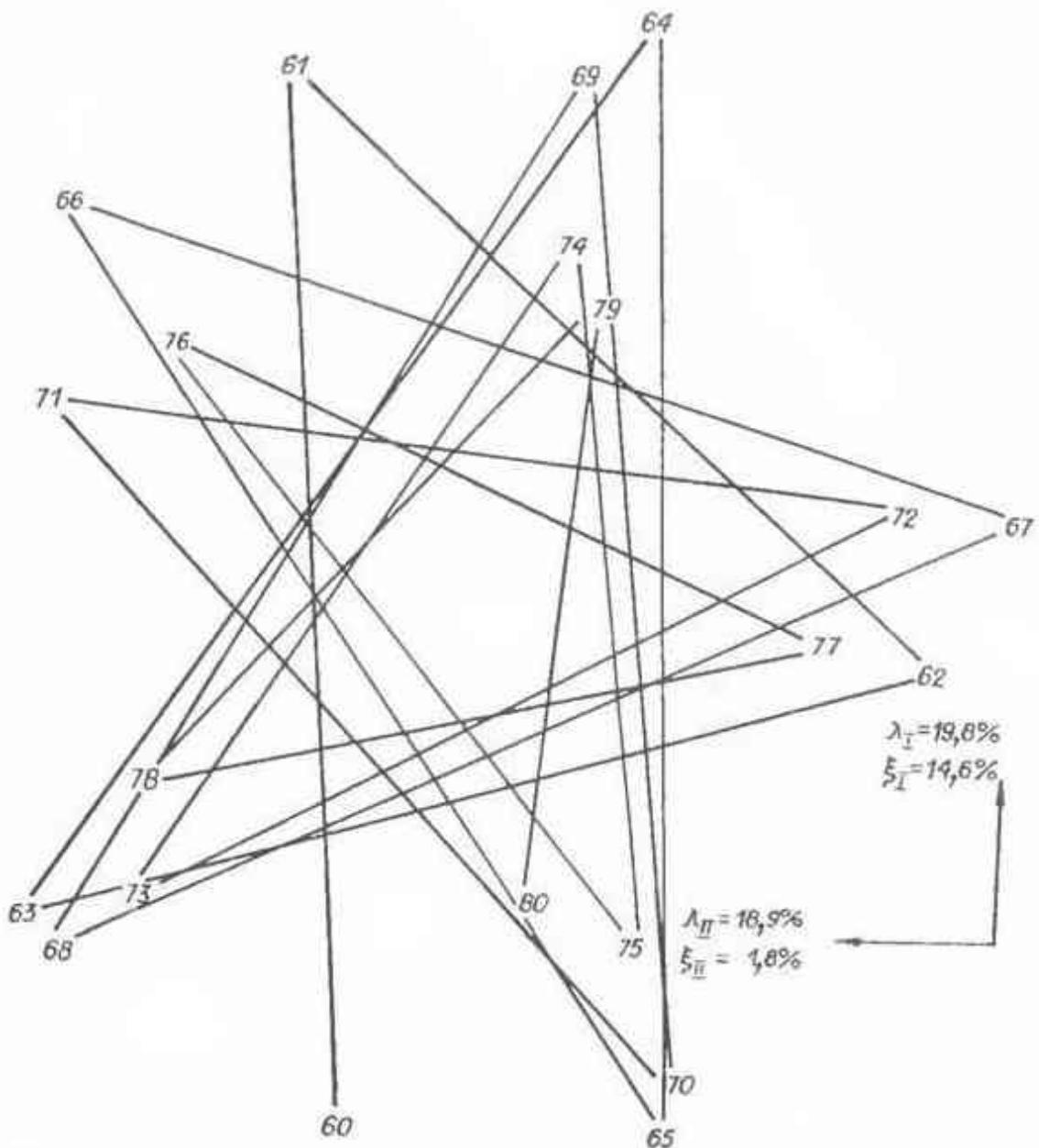


Рис. 3. Траектория псевдослучайного нормально распределенного ряда, полученного с помощью мультипликативного датчика, в пространстве I и II главных компонент.

$$K = 4, r_{1,11}^{(1)} = 0,95.$$

плохо, если бы каждый раз так же выглядели фазовые портреты реальных процессов. Вряд ли является случайностью и совпадение периода колебаний, равного пяти, с основанием числа  $M$ , заложенного в схему датчика. Следовательно, метод главных компонент, который позволяет частично расшифровать даже структуру датчика, достаточно адекватно вскрывает внутренние закономерности, присущие временным рядам.

Аналогичные результаты получаются при обработке совокупности нормально распределенных псевдослучайных рядов (рис. 4). Ранее было показано, что весь

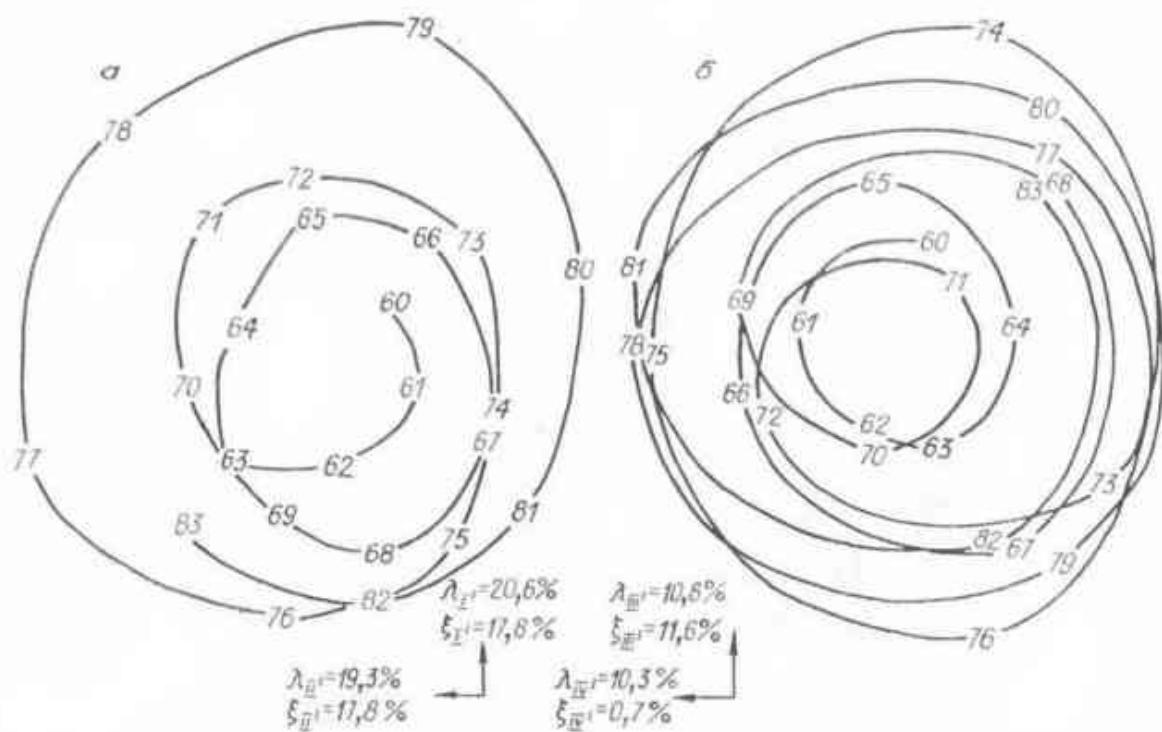


Рис. 4. Траектория I собственного вектора матрицы вторых моментов псевдослучайной нормальной матрицы размером  $35 \times 51$  в пространстве его главных компонент.

Компоненты: а — I' и II',  $r_I, r_{I'} (5) = -0,92$ ; б — III' и IV',  $r_{II'}, r_{III'} (1) = -0,87$ .  $K = 15$ .

класс так называемых мультипликативных датчиков случайных чисел, наиболее широко используемый на практике, не может рассматриваться в качестве источников белого шума [54]. Более нерегулярной структурой обладает последовательность десятичных знаков числа  $\pi$ , часто используемой в качестве модели равномерно распределенного случайного ряда. Соответственно дисперсия, приходящаяся на первые компоненты этого ряда после его преобразования к нормальному, заметно меньше, чем у вышеуказанного машинного датчика (табл. 1). Поэтому при моделировании лучше

Таблица 1  
Дисперсия первых главных компонент разложения ( $K=15$ )  
числа  $\pi$  (1) и псевдослучайного ряда (2)

Ряд	Показатель	Компонента					
		I	II	III	IV	V	VI
1	$\lambda_j$	1,9	1,8	1,7	1,5	1,3	0,9
	%	42,7	42,1	41,6	40,3	38,6	6,3
2	$\lambda_j$	3,0	2,8	1,6	1,3	1,2	0,9
	%	19,8	18,9	10,9	8,7	8,2	6,7

обращаться к разложению числа  $\pi$  или к рядам аналогичной природы.

В любом случае стоит не пренебрегать здравым смыслом и тщательно сопоставлять полученные результаты со всей остальной информацией, относящейся к рассматриваемым объектам.

#### 1.8. ВЫБОР ЛАГА

При применении метода главных компонент для обработки временных рядов необходимо задать длину лага  $K$ . Хотя формально метод применим при любом лаге, однако при разных  $K$  получаются, вообще говоря, разные результаты. Аналогичная проблема существует и в спектральном анализе, где тот же самый параметр  $K$  (1.6) называется шириной окна. Как известно, оптимального правила выбора ширины окна не существует [16, 46]. Увеличивая  $K$ , мы увеличиваем дисперсию оценки, а уменьшая — увеличиваем ее смещение. Поэтому так же, как и в спектральном анализе, следует испытывать несколько значений  $K$  для выбора наиболее подходящего. Наилучшие результаты достигаются при выборе лага, на единицу меньшего, чем период колебаний, если таковой существует и четко выражен. Поэтому вначале необходимо рассчитать автокорреляционную функцию ряда и выбрать лаг, отвечающий ее локальному максимуму. Если лаг при этом оказывается слишком большим, то необходимо уменьшить его в целое число раз.

Если нет явно выраженного периода колебаний, то необходимо обратить внимание на гладкость или правильность (например, симметричность) фазовых портретов в пространстве сопряженных компонент. Обычно приходится уменьшать длину лага до тех пор, пока эта закономерность еще сохраняется [39]. При этом необходимо контролировать и суммарный вклад сопряженных компонент в дисперсию исходного ряда ( $\xi_j$ ) и стремиться сделать его максимальным.

## 2. АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

### 2.1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПОВЕДЕНИЯ ТРАЕКТОРИЙ ДИНАМИКИ ЗАГОТОВОК ШКУРОК ЖИВОТНЫХ В ФАЗОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ ПРОГНОЗА ЧИСЛЕННОСТИ

К обработке привлечены данные заготовок шкурок водяной полевки с 1934 г. по Новосибирской, с 1935 г. по Омской, с 1944 г. по Тюменской и с 1945 г. по Томской областям по 1982 г. включительно. Данные взяты отдельно по каждому из административных районов в облпотребсоюзах и управлениях охотничье-промышленных хозяйств. Они предварительно логарифмировались, как это принято в исследованиях по динамике численности животных [4, 55].

Для Омской области удалось получить гладкую траекторию динамики численности с квазипериодом 7–10 лет (рис. 5). Первая компонента ( $\lambda_1 = 50,6\%$ ) не рассматривается, так как она оказалась скользящей средней с постоянной и устойчивой тенденцией к падению — трендом. В пространстве II и III сопряженных компонент годы массовых размножений отчетливо обособились, а гладкость траекторий процесса позволила описать его поведение дифференциальными уравнениями [36, 37]. Все это способствовало прогнозу, сделанному в 1980 г. на два года (см. рис. 5). Численность грызунов в этом году была высокая, отмечались повреждения сельскохозяйственных культур, однако нельзя было с уверенностью сказать, пик ли это численности или будет продолжаться ее подъем. К тому же в предшествующие годы массовых размножений численность значительно превышала наблюдаемую. Как видно из рис. 5, падение численности в последующие годы спрогнозировано удачно.

Из сравнения пика численности в 1980 г. с предшествующими следует заключить, что размах траекторий нельзя интерпретировать как амплитуду. Этот вывод распространяется на все случаи, когда данные предварительно логарифмируются. Однако отказаться от логарифмирования при анализе динамики численности животных нерезонно, так как эта процедура позволяет

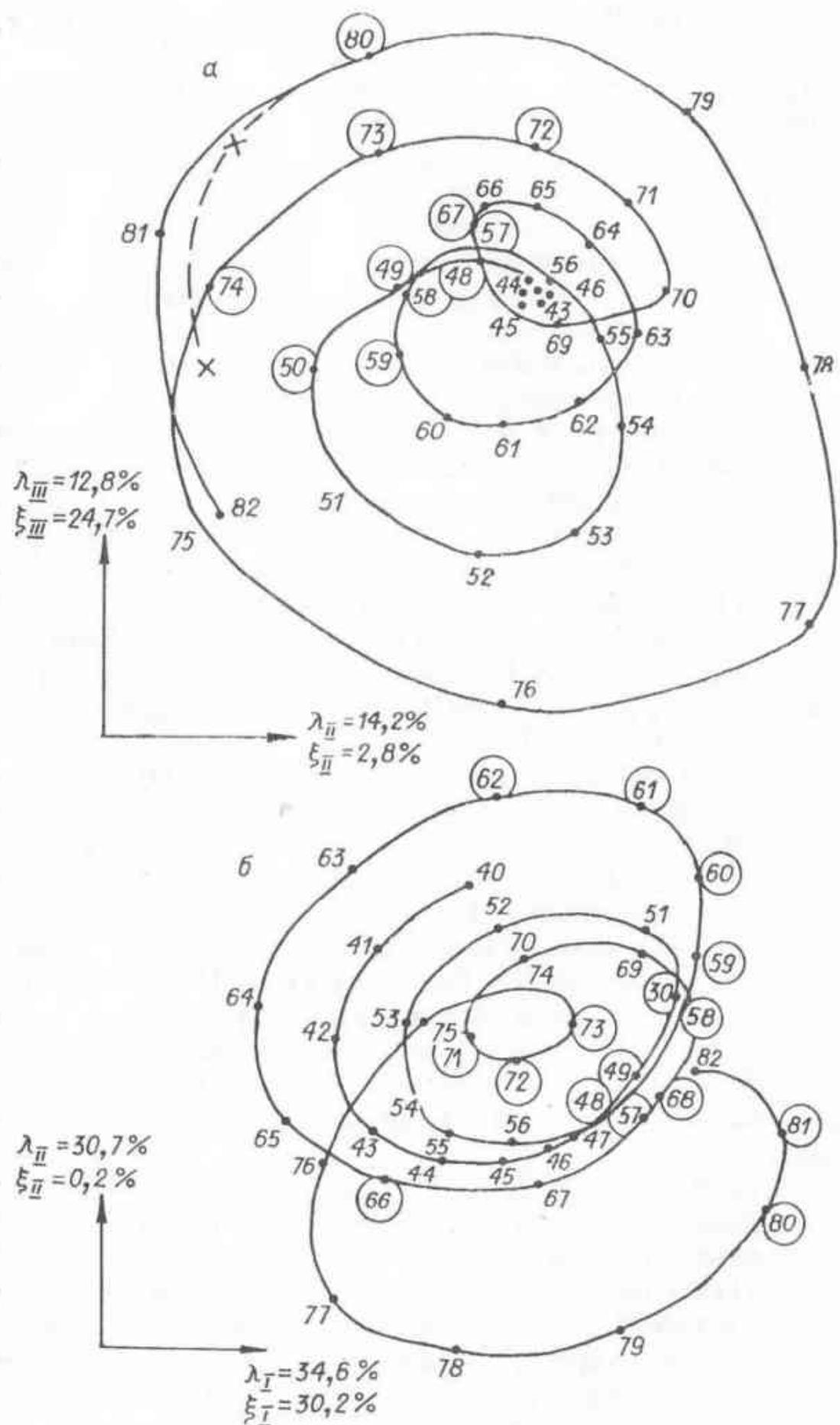


Рис. 5. Траектория динамики численности водяной полевки.  
 а — в Омской области,  $K = 7$ ,  $r_{\text{III}, \text{II}} (2) = 0.98$ . Штриховая линия — прогноз; б — в Куйбышевском, Северном и Убинском районах Новосибирской области,  $K = 6$ ,  $r_{\text{I}, \text{II}} (2) = -0.83$ . Годы высокой численности обведены.

З. В. М. Ефимов, Ю. К. Галактионов, Н. Ф. Шушпанова

перейти к коэффициентам воспроизведения популяции, что в прогнозе более существенно.

В некоторых случаях возможен прогноз для территорий меньшего масштаба, чем область, и основанный на иных закономерностях траекторий динамики численности. Так, для Северного, Убинского и Куйбышевского районов Новосибирской области получены гладкие траектории с квазипериодом колебаний от 5 до 12 лет (см. рис. 5, б). Область фазового пространства, в которой сосредоточились годы с высокой численностью водяных полевок, размыта. Тем не менее прослеживается четкая закономерность: вспышки протекают при переходе траекторий на правые ветви, что опять-таки обеспечивает их прогноз. Но не для всех районов или их группировок можно получить прогноз численности с использованием перечисленных приемов. Для ряда южных и восточных районов Новосибирской области, всех районов Томской и некоторых Тюменской не удалось найти подходящих для этой цели фазовых портретов. Поэтому прогноз численности для таких районов следует проводить в рамках общей схемы, описанных в 1.6 и 2.2.

Прогноз, основанный на анализе фазовых портретов, проверялся на зайце-беляке, белке, колонке и горностае (рис. 6, а — г) (Новосибирская область). У всех видов отчетливо обособилась область массовых размножений, что обеспечило надежный прогноз. У колонка тренд не обнаружен, у горностая, белки и зайца-беляка  $\lambda_1 = 45,7; 44,3$  и  $39,3\%$  соответственно. Подтвердилась синхронность колебаний численности горностая и колонка (см. рис. 6, в, г), отмеченная еще за период 1883—1885 гг. [29], что указывает на устойчивость во времени механизмов, регулирующих численность животных.

В ряде случаев компоненты, которые привлечены для анализа траекторий, имеют дисперсии, близкие к дисперсиям первых двух компонент, полученных в результате разложения числа  $\lambda$ . Для того чтобы относиться к таким фазовым портретам с доверием, следует подтверждать характеристики, снимаемые с них, например квазипериод, на независимых выборках и (или) соотносить их с литературными данными. Так, суммарная дисперсия II и III компонент, в которых обнаружились правильные 3,5—5-летние колебания у водяной

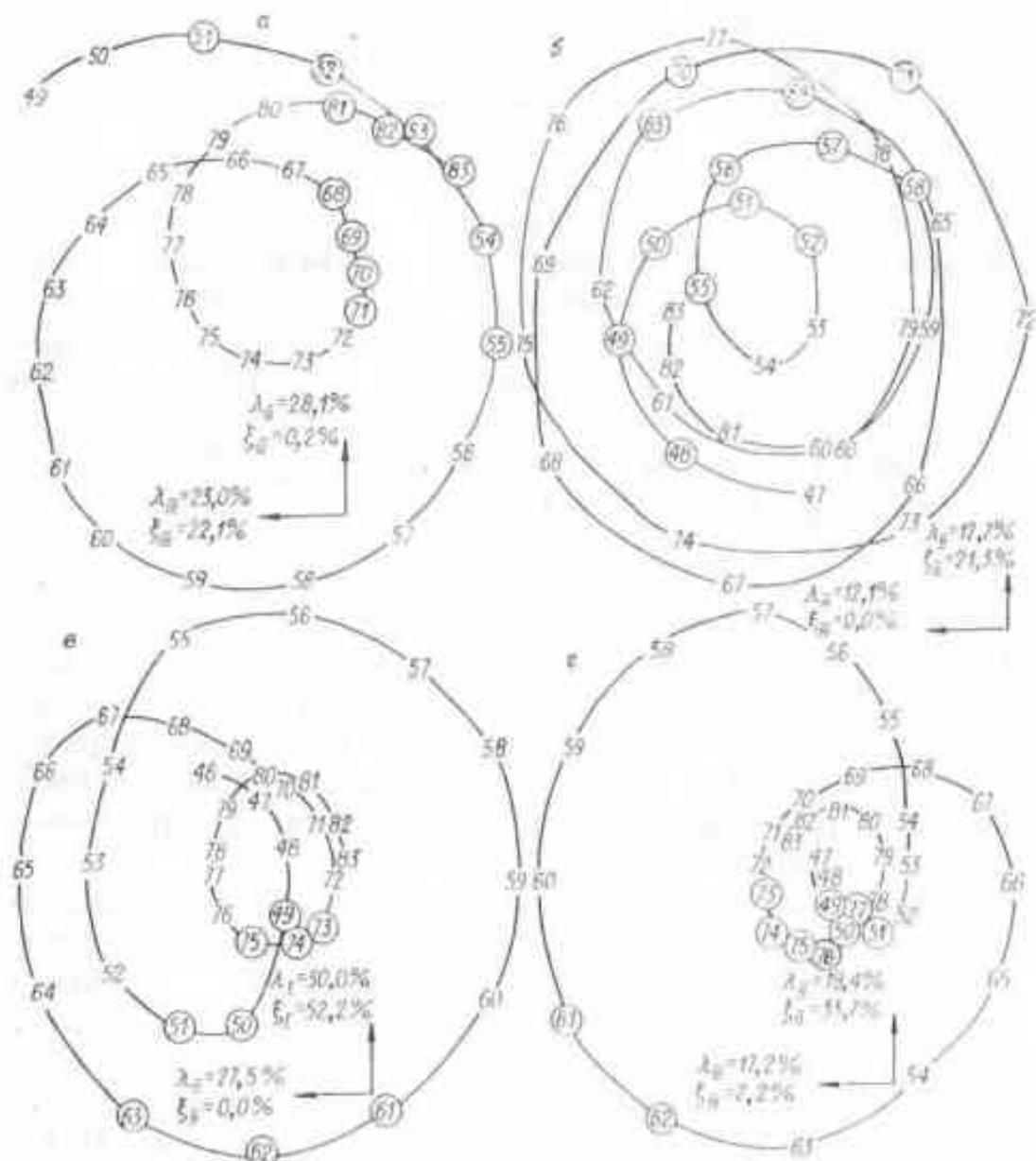


Рис. 6. Траектория динамики численности животных в Новосибирской области.

а — зайца-беляя,  $K = 15$ ,  $\tau_{III,II} (4) = -0,98$ ; б — белки,  $K = 13$ ,  $\tau_{III,II} (2) = -0,94$ ; в — косули,  $K = 12$ ,  $\tau_{III,I} (3) = -0,95$ ; г — горностай,  $K = 13$ ,  $\tau_{III,II} (3) = 0,97$ .

полевки в Коми АССР, не очень значительна ( $\lambda_{II+III} = 27,4$  и  $\xi_{II+III} = 16,8\%$ ). Однако повторились они 12 раз, что уже свидетельствует о реальности процесса. Более того, высокочастотные колебания оказались свойственны практически всем северным популяциям водяной полевки.

В Тюменской области, примерно на этой же широте, колебания оказались 4—6-летними, повторились они 6 раз ( $\lambda_{II+III} = 31,5\%$ ). В Якутии наблюдаются 3—5-

летние колебания с незначительной амплитудой [26, 28], в Карелии, бассейнах Северной Двины и Камы соответственно 3—6-, 3—4- и 5—6-летние [27, 56, 57]. В то же время в Тюменской области имеется слабая квазициклическая составляющая примерно с периодом 13 лет, и в Якутии за 28 лет наблюдений отмечено два резких подъема численности [28]. Значительно южнее, в Омской области и северных, северо-западных районах Новосибирской области, проявляются колебания соответственно 5—10- и 5—12-летние, роль которых в более высоких широтах менее существенна. Они также устойчивы во времени: начиная с 1898 по 1922 г. их квазипериод в Новосибирской области составлял 7—9 лет [58].

Таким образом, поведение квазициклических составляющих оказалось территориально приуроченным. По направлению к северным границам ареала вида колебания становятся более четкими, возрастает их частота и уменьшается мощность. Наличие географических градиентов в колебаниях численности водяной полевки подтверждает закономерности, вскрываемые методом главных компонент.

Несколько иные закономерности в динамике численности зайца-беляка. По данным конца прошлого и начала нынешнего веков, на юге и юго-западе СССР колебания особенно коротки и повторяются каждые 5 лет. Примерно на уровне 56° с. ш. в областях: Московской — 4—5 лет, Ивановской — 4, Горьковской — 7; в Татарской АССР — 7 и Башкирии — 5—6 лет. В Ленинградской области они равны 6 годам (5—8), а в Архангельской и Вологодской областях, а также в Карелии — уже 9—11 годам [29, 59]. Исключением, пожалуй, является Куйбышевская область, в которой отмечаются примерно 6—8-летние колебания [59]. В этих же источниках указывается, что в восточных и северо-западных районах страны продолжительность колебаний возрастает: в Западной Сибири — 8—10 лет, в Иркутской области — 9 и в Якутии — 12 лет. Эти квазипериодические составляющие динамики численности не претерпели существенных изменений и до последнего времени [25, 60].

Следовательно, квазипериоды колебаний численности зайца-беляка удлиняются не только по мере движения к северу, но и на восток.

Найденные нами квазициклические флуктуации зайца-беляка вписываются в сформулированную закономерность: в Новосибирской области квазипериод составляет 15 лет (см. рис. 6), в Омской — 14—16 ( $\lambda_{II+III} = 54,9$ ,  $\xi_{II+III} = 21,2\%$ ), Коми АССР — 14—16 лет ( $\lambda_{II+III} = 18,5$ ,  $\xi_{II+III} = 16,8\%$ ).

В колебаниях численности белки встречаются примерно такие же географические закономерности, как и у водяной полевки. В более высоких широтах (Кольский полуостров и Карелия) зарегистрированы колебания [29, 55], соответствующие 4—5-летним в Коми АССР ( $\lambda_{II+III} = 18,5$ ,  $\xi_{II+III} = 15,8\%$ ). Южнее и восточнее, на независимых выборках из Омской, Новосибирской и Томской областей нами получена 5—7-летняя составляющая динамики численности белки, которая практически не отличается от имеющейся в литературе за период наблюдений с 1934 по 1970 г. [61]. Ранее, с 1910 по 1916 и с 1922 по 1930 гг. на территории Омской области также наблюдалась сопоставимая с ней 5—6-летняя квазициклическость [29]. В колебаниях численности алтайской белки уже можно встретить и 6—8-летние квазипериодические составляющие [61], а в Восточных Саянах паряду с 4—5-летними и 9—10-летними [43].

Учитывая, что одной из независимых причин, влияющих на колебания численности белки, может быть урожай кедрового ореха [55, 62], мы проверили такую возможность. Действительно, в динамическом ряду по урожаю кедрового ореха в Томской области присутствует 6-летняя квазициклическая составляющая ( $\lambda_{I+II} = 46,3$ ,  $\xi_{I+II} = 37,2\%$ ) со значительной амплитудой в 1956—1978 гг.

Географическая изменчивость составляющих динамики численности горностая не входит в противоречие с изменчивостью, раскрытой на других видах животных. Квазипериодичности в динамике численности горностая в Новосибирской — 12—13 лет (см. рис. 6, г) и Омской областях — 11—14 лет ( $\lambda_{II+III} = 28,9$ ,  $\xi_{II+III} = 32,5\%$ ), а также в южных районах Тюменской области — 9—10 лет ( $\lambda_{I+II} = 52,2$ ,  $\xi_{I+II} = 72,0\%$ ) хорошо соответствуют друг другу. Примерно похоже меняется численность в бассейне Вилюя, в Ленском районе и в районах Центральной Якутии, хотя в целом, включая и Якутию, у горностая обычны бо-

лее высокочастотные — 2—4-, 5—6- и 3—6-летние колебания [25, 29, 63]. В Коми АССР нами получены характерные для северных широт 3—4-летние колебания ( $\lambda_{\text{п+ш}} = 18,9$ ,  $\xi_{\text{п+ш}} = 11,4\%$ ), которые повторились 15 раз.

В фазовых пространствах IV и V главных компонент в Новосибирской и Омской областях выявлен дополнительный источник флуктуации численности горностая, порождающий 7—8-летние колебания. Дисперсия, которая приходится на эти компоненты, крайне мала: в Новосибирской области  $\lambda_{\text{IV+V}} = 10,9$ ,  $\xi_{\text{IV+V}} = 29,3\%$ , в Омской — 18,9 и 26,9%. Тем не менее, учитывая, что колебания получены на независимых выборках, мы склонны предполагать участие еще одной независимой причины, вызывающей изменение его численности на этих территориях, тем более, что близкая 6—9-летняя квазиклиничность ( $\lambda_{\text{п+ш}} = 7,7$ ,  $\xi_{\text{п+ш}} = 8,8\%$ ) обнаружена в соседней, Томской области.

Итак, фазовые портреты, получаемые в пространствах сопряженных главных компонент, действительно имеют отношение к колебаниям численности животных, на что указывает вполне закономерное территориальное поведение их квазиклинических составляющих. Поэтому вполне оправдано использование фазовых портретов для анализа и прогноза численности животных.

Безусловно, что прогноз численности, основанный только на закономерностях, визуально выявляемых с помощью фазовых портретов, не может быть однаково эффективным для всех видов и для любых участков их ареала хотя бы потому, что в отдельных случаях для прогноза могут оказаться значимы дополнительные источники флуктуации численности, обнаруживаемые в более отдаленных компонентах. К тому же не для всех видов, как, например, для светлого хоря в Новосибирской и Омской областях, удается получить сколько-нибудь закономерные, обеспечивающие прогноз траектории. Также очевидно, что, несмотря на значительную инерционность динамики численности животных, эффективность прогнозов более чем на год вперед будет резко снижаться. Например, для ондатры прогноз, данный в 1980 г. [37] на возрастание численности к 1982—1983 гг., не оправдался. И хотя численность

в 1981 г., несмотря на засуху, катастрофически сказавшуюся на воспроизводстве вида, стала выше, тем не менее последующие также засушливые годы срезали начавшийся подъем.

## 2.2. РАЙОНИРОВАНИЕ ТЕРРИТОРИИ ЗАПАДНОЙ СИБИРИ ПО ГЛАВНЫМ КОМПОНЕНТАМ ДИНАМИКИ ЗАГОТОВОК ШКУРОК ВОДЯНОЙ ПОЛЕВКИ И ПРИМЕР ПРИЛОЖЕНИЯ ОБЩЕЙ СХЕМЫ ПРОГНОЗА

Различия в длине временных рядов заготовок шкурок водяной полевки по районам Западной Сибири заставили выровнять их по наиболее коротким (1948—1982 гг.). Так как границы и наименования некоторых районов с течением времени менялись, для них, к сожалению, заготовки шкурок пришлось объединить. Включенные в обработку районы и группы районов приведены на рис. 7. Для удобства все они далее имеются районами и в тексте заменяются цифровыми обозначениями: Томская область — 1. Александровский, 2. Асишовский, 3. Бакчарский, 4. Верхнекетский, 5. Зырянский, 6. Каргасокский, 7. Кожевниковский, 8. Колпашевский, 9. Кривошеинский, 10. Молчановский, 11. Парабельский, 12. Первомайский, 13. Тегульдетский, 14. Томский, 15. Чайский, 16. Шегарский.

Новосибирская область — 17. Баганский, Карабуский, Краснозерский, 18. Барабинский, 19. Болотинский, Мошковский, 20. Венгеровский, Кыштовский, 21. Доволенский, 22. Здвинский, 23. Иски Timский, 24. Каргатский, 25. Колыванский, 26. Кочневский, 27. Кочкивский, 28. Купинский, 29. Маслининский, Тогучинский, 30. Новосибирский, 31. Сузунский, 32. Усть-Тарский, 33. Чаповский, 34. Черепановский, 35. Чистоозерный, 36. Чулымский, 37. Куйбышевский, Убинский, Северный.

Омская область — 38. Большереченский, 39. Большеуковский, 40. Знаменский, 41. Исилькульский, 42. Калачинский, 43. Крутинский, 44. Любинский, 45. Муромцевский, 46. Называевский, 47. Омский, 48. Оконешниковский, 49. Саргатский, 50. Седельниковский, 51. Тарский, 52. Тюкалинский, 53. Черлакский, 54. Усть-Ишимский, 55. Тевризский.

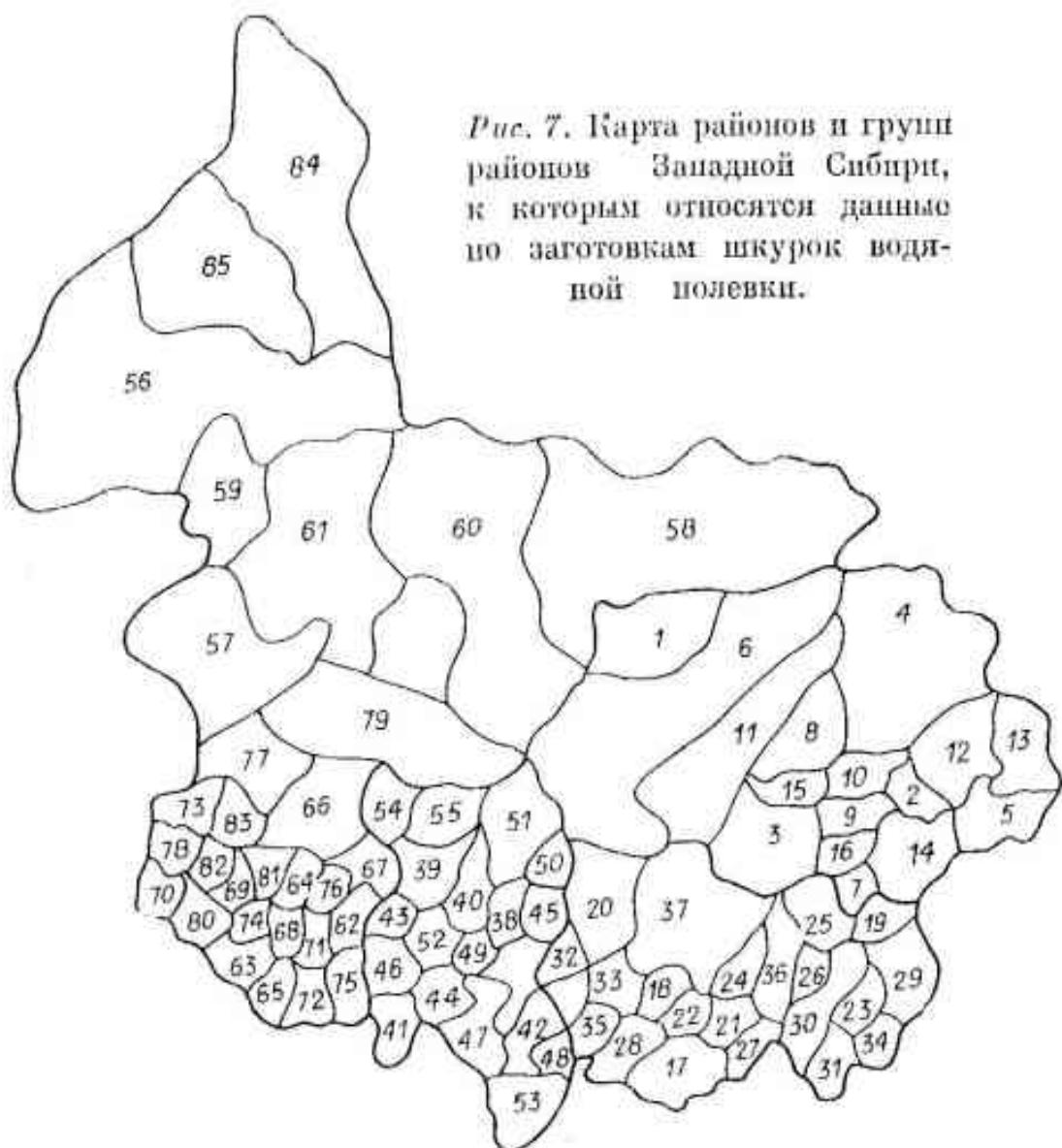


Рис. 7. Карта районов и групп районов Западной Сибири, к которым относятся данные по заготовкам шкурок водяной полевки.

Тюменская область — 56. Березовский, 57. Кондинский, 58. Нижневартовский, 59. Октябрьский, 60. Сургутский, 61. Ханты-Мансийский, 62. Абатский, 63. Армизонский, 64. Аромашевский, 65. Бердюжский, 66. Вагайский, 67. Бикуловский, 68. Голышмановский, 69. Заводоуковский, 70. Исетский, 71. Ишимский, 72. Казанский, 73. Нижнетавдинский, 74. Омутинский, 75. Сладковский, 76. Сорокинский, 77. Тобольский, 78. Тюменский, 79. Уватский, 80. Упоровский, 81. Юргинский, 82. Ялуторовский, 83. Ярковский, 84. Приуральский, 85. Шурышкарский районы.

Динамика заготовок для каждого района логарифмировалась и для устранения влияния их среднего уровня и масштаба центрировалась и нормировалась. Дальнейшая обработка проводилась в соответствии